

Cvičení 3

Příklad 1: Následující uspořádání popište pomocí relace bezprostředního předcházení a znázorněte pomocí Hasseova diagramu:

- (A, α) , kde $A = \{x \in \mathbb{N}, \text{kde } x \text{ celočíselně dělí } 42\}$ a $(x, y) \in \alpha \Leftrightarrow x \text{ celočíselně dělí } y$.
- (B, β) , kde $B = \{x \in \mathbb{N}, 36 \bmod x = 0\}$ a $(x, y) \in \beta \Leftrightarrow y \bmod x = 0$
- $(P(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$
- (D, γ) , kde $D = \{a, b, c, d, e, f\}$, $\delta = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (c, f), (e, d), (e, f)\}$ a $\gamma = \text{id}_D \cup \delta^{\text{Tt}}$

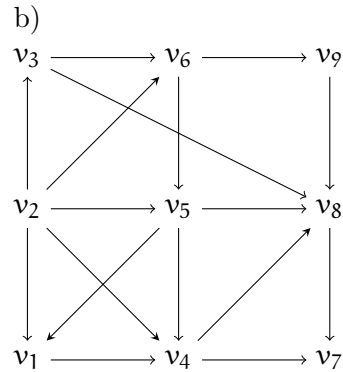
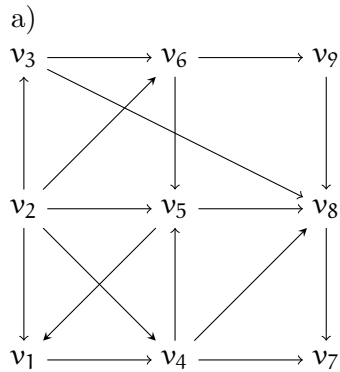
Příklad 2: Jsou dány relace uspořádání $\alpha = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (b, c)\}$ a $\beta = \{(a, a), (b, b), (c, c), (b, c), (b, a)\}$ na množině $A = \{a, b, c\}$. Rozhodněte, zda výsledná relace je uspořádáním a zakreslete ji pomocí Hasseova diagramu.

- $\alpha \cap \beta$,
- $\alpha \cup \beta$,
- α^{-1}
- Určete direktní součin $A \otimes A$ relačních struktur $(A; \alpha)$ a $(A; \beta)$. Je nová relace γ definovaná na $A \times A$ uspořádáním? Ověřte

Příklad 3: Najděte, pokud existují, max, min, nejmenší a největší prvek, dolní a horní závorku, sup a inf u podmnožin množin s uspořádáním z příkladu 1a)-1d) (ostatní příklady pracují se standardním uspořádáním na daných množinách) a určete, které relační struktury (vybraná podmnožina, vybrané uspořádání) tvoří svaz:

- $M_1 \subset A, M_1 = \{1, 3, 6, 21\}$
- $M_2 \subset B, M_2 = \{2, 3, 12, 18\}$
- $M_3 \subset P(\{1, 2, 3\}), M_3 = \{\{1\}, \{3\}\}$
- $M_4 \subset D, M_4 = \{b, c, e\}$
- $M_5 \subset \mathbb{Q}, M_5 = \{x \in \mathbb{Q}, x^2 < 2\}$
- $M_6 \subset \mathbb{R}, M_6 = \{x \in \mathbb{R}, x^2 < 2\}$
- $M_7 \subset \mathbb{R}, M_7 = \{0.4, 0.44, 0.444, 0.4444, \dots\}$

Příklad 4: Je dán orientovaný graf. Rozhodněte, zda se jedná o graf acyklický. Pokud je acyklický, určete topologické uspořádání vrcholů a hran a jeho jádro.



Příklad 5: Připomeňte si lexikografické uspořádání a uspořádejte následující množinu slov nad abecedou $A = \{\heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit, \clubsuit\}$, kde jsou symboly uspořádány tak, jak jsou uvedeny v množině A . Slova, která se mají lexikograficky uspořádat: $\heartsuit\clubsuit\spadesuit, \heartsuit\spadesuit\diamondsuit, \diamondsuit\heartsuit, \diamondsuit, \diamondsuit\heartsuit\spadesuit, \diamondsuit\clubsuit\spadesuit, \diamondsuit\spadesuit, \diamondsuit\spadesuit\clubsuit\heartsuit$.